

導波管充填法による異方性媒質の材料定数測定 に関する研究 (I)

堀田 昌志 (理工学研究科) 坂田 季之 (理工学研究科)
多良信太郎 ((株)今仙電機製作所) 羽野 光夫 (理工学研究科)

Fundamental Study on Measurement for Anisotropic Material Parameters by Using Partly Filled Waveguides (I)

Masashi HOTTA (Graduate School of Science & Engineering)
Toshiyuki SAKATA (Graduate School of Science & Engineering)
Shintaro TARA (Imasen Electric Industrial Co., Ltd.)
Mitsuo HANO (Graduate School of Science & Engineering)

Measurement method of material parameters for uniaxial anisotropic medium from the S-parameters which show the reflection and transmission characteristics of the electromagnetic waves in the rectangular waveguide from the target sample has been presented in this paper. At first, by using two rectangular waveguides with different size of aperture, the measurement setup has been shown, and also the formulas to estimate the uniaxial anisotropic material parameters have been derived. The validity of this measurement method is verified by the electromagnetic simulation for anisotropic materials.

Keywords: *rectangular waveguide, uniaxial anisotropy, permittivity, permeability, S-Parameters*

1. はじめに

これまでに自然界には存在し得なかったような電磁現象を引き起こす媒質を人工的に構成するメタマテリアル(Metamaterial)の概念が注目を浴びている。メタマテリアルでは、極めて高い誘電率を持った人工誘電体や非磁性材料の組み合わせで人工磁性体を構成する事もできる。

自然界で存在する一般の媒質における誘電率や透磁率の実部は正の値をとる。しかし、適切に設計されたメタマテリアルでは、それらの値を負とすることができ、誘電率と透磁率が同時に負の値となり、負の屈折率を持つ媒質をも構成可能である。また、バルク型メタマテリアルの多くでは、その周期配列方法によって材料定数に異方性が現れる事も知られている¹⁾。

この様なメタマテリアルを実際の素子材料として利用するには、その設計段階において材料定数とその分散特性を含めて厳密に明らかにしておく必要がある。

そこで本論文では、未知の異方性材料定数を持つ媒質の誘電率及び透磁率を導波管充填法により測定するシステムの構築を目的とする。

まず、導波管に被測定物となる異方性材料を部分充填し、導波管の基本モードを照射した際

の S パラメータからテンソル型の誘電率と透磁率を求める式の導出を行う。ここで、導波管充填法では、等方性材料に対する材料定数の算定式はすでに明らかにされている^{2),3)}。この等方性材料に対する式を直接異方性材料定数測定に適用すると、異方性材料が持つテンソル型材料定数の各成分算定には式が不足し、すべての成分を同定する事は困難である。そこで、今回は、動作周波数帯域に重なりがあり、開口サイズの異なる2種類の導波管を用いて測定した2組の S パラメータから一軸異方性媒質の材料定数を算出する手法を示す。また本手法の妥当性を検討するために、電磁界シミュレータによる検証を行う。

2. 導波管充填法による異方性媒質の材料定数の測定原理

Figure 1 に示す様に、厚さ d の被測定 Sample を導波管内に部分充填した場合、導波管内は 3 つの領域に分割される。図中の領域 1 及び領域 3 は何も充填されていない空気領域(誘電率 ϵ_0 , 透磁率 μ_0) であり、領域 2 はテンソル型の複素誘電率 $\hat{\epsilon}$ 及び複素透磁率 $\hat{\mu}$ を持つ未知材料が充填されている領域である。

ここで、被測定 Sample のテンソル型材料定数は次式で表される様な一軸異方性材料と仮定し、入射モードとして導波管の基本 TE₁₀ モードを用いるものとする。

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \quad (1b)$$

式中の ε_t 及び μ_t は電磁波伝搬方向に垂直な横方向(x, y 方向)の材料定数成分であり、ここでは x 及び y 方向の成分は等しいものとする。また、 ε_z 及び μ_z は、電磁波伝搬方向の材料定数成分である。

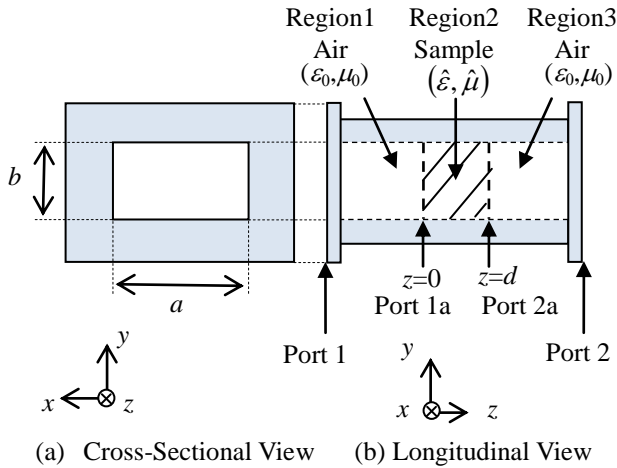


Figure 1 Basic setup for partly filled waveguide.

まず、マクスウェルの方程式より導波管内における各領域の電磁界表現式を求めると、領域 1 及び 3 では次の様に書く事ができる。

$$\begin{cases} E_x = E_z = H_y = 0 \\ E_y = C_1 H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_0 z} \\ H_x = -\frac{C_1}{Z_0} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_0 z} \\ H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_0 z} \end{cases} \quad (2)$$

ここで、式中の a は導波管開口の横幅、 ω は電磁波の角周波数、 C_1 及び H_0 は任意定数である。また、 β_0 及び Z_0 は、それぞれ、領域 1 及び 3 中での波動の伝搬定数及び波動インピーダンスであり、次式で与えられる。

$$\beta_0 = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}, \quad (3)$$

$$Z_0 = \frac{\omega \mu_0}{\beta_0} \quad (4)$$

次に、領域 2 における電磁界表現式、波動の伝搬定数 γ 及び波動インピーダンス Z_w は次の様に表す事ができる⁴⁾。

$$\begin{cases} E_x = E_z = H_y = 0 \\ E_y = C_2 H_1 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\gamma z} \\ H_x = -\frac{C_2}{Z_0} H_1 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\gamma z} \\ H_z = H_1 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-\gamma z} \end{cases} \quad (5)$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{\mu_t}{\mu_z} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \omega^2 \varepsilon_t \mu_t}, \quad (6)$$

$$Z_w = \frac{j\omega \mu_t}{\gamma} \quad (7)$$

ただし、 C_2 及び H_1 は任意定数である。

式(4)及び(7)より、被測定 Sample 中における波動の規格化波動インピーダンス κ は、

$$\kappa = \frac{Z_w}{Z_0} = \frac{j\beta_0 \mu_t}{\gamma \mu_0} \quad (8)$$

となる。

各領域における電磁界表現式に領域間における境界条件を適用して整理すると、被測定 Sample による波動の S パラメータ (複素振幅反射係数 S_{11} 及び複素振幅透過係数 S_{21}) が次式の様に求まる。なお、S パラメータ測定時には、Figure 1 中に示した Port 1a 及び 2a の様に被測定 Sample の表裏面が基準面となる様に測定機器を設定する必要がある。

$$S_{11} = \frac{(\kappa^2 - 1)(\eta^2 - 1)}{(\kappa - 1)^2 \eta^2 - (\kappa + 1)^2}, \quad (9)$$

$$S_{21} = -\frac{4\kappa\eta}{(\kappa - 1)^2 \eta^2 - (\kappa + 1)^2} \quad (10)$$

ただし、 $\eta = e^{-\gamma d}$ である。

以上の結果を連立させ、被測定 Sample の複素

透磁率の横成分 μ_t を S_{11} 及び S_{21} を用いて表すと次のようになる。

$$\mu_t = \frac{\mu_0}{j\beta_0 d} \sqrt{\frac{(1+S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1-S_{11})^2 - S_{21}^2}} \cdot \cosh^{-1}\left(\frac{1-S_{11}^2 + S_{21}^2}{2S_{21}}\right) \quad (11)$$

ここで、 μ_t 以外の材料定数テンソルの各成分 μ_z 、 ε_t 及び ε_z についても同様に求めようとする、解くべき連立方程式の数が未知数である材料定数成分の数よりも少ないため同定する事ができない。そこで本研究では、導波管開口の寸法は異なるが、基本モードの動作周波数帯が重複する2本の導波管(開口の横幅 a_I 及び a_{II} ; Figure 2参照)を用いて測定したSパラメータにより、その同定を試みる。

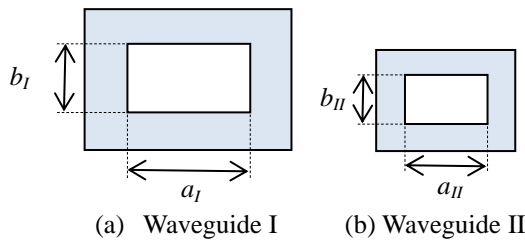


Figure 2 Rectangular waveguides with different aperture width.

まず、Figure 2 に示す様な2種類の異なる開口サイズを持つ導波管I及びII(Waveguide IおよびII)に対して、各領域における電磁界表現式をそれぞれ導き、領域1と3及び領域2における波動の伝搬定数 $\beta_{0,i}$ 及び γ_i 、波動インピーダンス $Z_{0,i}$ 及び $Z_{w,i}$ を求めると次のようになる。

$$\beta_{0,i} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \left(\frac{\pi}{a_i}\right)^2}, \quad (12)$$

$$Z_{0,i} = \frac{\omega \mu_0}{\beta_{0,i}} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \sqrt{\left(\frac{\pi}{a_i}\right)^2 \frac{\mu_t}{\mu_z} - \omega^2 \varepsilon_t \mu_t} \\ &= \frac{1}{d} \cosh^{-1}\left(\frac{1-S_{11}^i + S_{21}^i}{2S_{21}^i}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$Z_{w,i} = \frac{j\omega \mu_t}{\gamma_i} \quad (15)$$

ただし、式中の $i=I$ または II であり、それが付された量が、開口の横幅 a_I の導波管Iに対する量であるか、開口の横幅 a_{II} の導波管IIに対する量であるのかを示している。また、被測定Sample中における波動の規格化波動インピーダンス κ_i は、

$$\begin{aligned} \kappa_i &= \frac{Z_{w,i}}{Z_{0,i}} \quad i = I \text{ or } II \\ &= \frac{j\beta_{0,i} \mu_t}{\gamma_i \mu_0} = \frac{\sqrt{(1+S_{11}^i)^2 - S_{21}^i{}^2}}{\sqrt{(1-S_{11}^i)^2 - S_{21}^i{}^2}} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。

そして、2種類の導波管I及びIIによる測定で得られた同一周波数における2組のSパラメータを用いて式(14)から領域2における波動の伝搬定数 γ_I 及び γ_{II} を求め、 μ_z 及び ε_t について解くと次式となる。

$$\mu_z = \frac{(a_{II}\pi)^2 - (a_I\pi)^2}{(a_I a_{II})^2 (\gamma_I^2 - \gamma_{II}^2)} \mu_t \quad (17)$$

$$\varepsilon_t = \frac{a_I^2 \gamma_I^2 - a_{II}^2 \gamma_{II}^2}{(a_{II}^2 - a_I^2) \omega^2 \mu_t} \quad (18)$$

ここで、式中の μ_t は、導波管I及びIIで独立に求まる。通常、この両者は等しい値を示すが、Sパラメータの測定誤差等によって両者に差異が生じた際には、双方の値の平均値を用いて求める事とする。

以上の結果から、基本モードの動作周波数が重複する2種類の導波管を用いる事で、式(1)で示した4種類の材料定数テンソル成分の内、3成分を算出することができる⁵⁾。なお、導波管の基本TEモードを用いている関係上、電磁波の伝搬方向に電界成分が存在せず、誘電率テンソルのz成分である ε_z が同定できないが、その算定方法については現在検討中である。

3. 一軸異方性媒質の材料定数シミュレーション

本章では、第2章で示した複数導波管を用いた材料定数算定式の妥当性を評価するために、電磁界シミュレータを用いた一軸異方性媒質の材料定数推定を行う。なお、測定系モデルに対

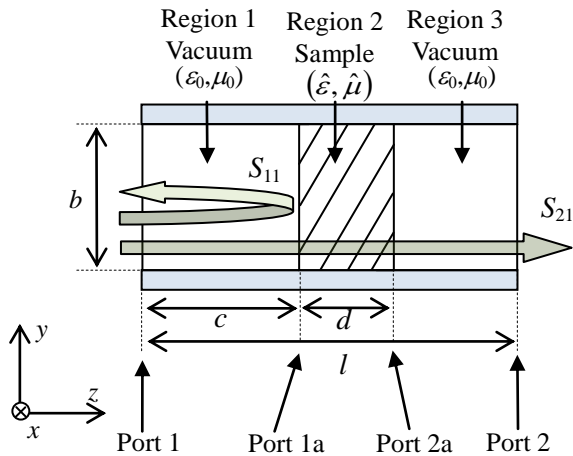


Figure 3 Model for numerical simulation.

する S パラメータの解析には、Ansys 社製の電磁界シミュレータ HFSS® (High-Frequency Structure Simulator)を用いた。

解析に用いた構造を Figure 3 に示す。同図に示す様に長さ $l=10.0\text{mm}$ の導波管の両端を Port 1 及び Port 2 とし、Port 1 から $+z$ 方向に $c=4.0\text{mm}$ の位置に厚さ $d=5.0\text{mm}$ の被測定 Sample(領域 2)を配置している。なお、導波管は完全導体壁で構成されているものとし、領域 1 及び 3 は真空の材料定数を持つ領域と仮定している。

シミュレーションに用いた被測定 Sample は、

誘電率に関しては等方性を有し、複素誘電率 $\epsilon_r = \epsilon_z = (2.0 + j0.04)\epsilon_0$ とし、透磁率に関しては、式 (1b) の $\hat{\mu}$ の形で表される一軸異方性を示すものとする。なお、以下では、透磁率テンソルの各成分の値を Table 1 中に示す様に 3 通りに変化させた Sample A, B 及び C についてシミュレーションを行った。なお、全ての成分は分散性を持たず、損失角 $\tan\delta$ が等しく 0.02 とした。

前章で説明したとおり、異方性材料定数を求めるには開口サイズは異なるが、基本モードの動作周波数帯域が重複する 2 種類の導波管が必要となる。本解析では、Figure 2 に示した開口サイズが $a_I=40.0\text{mm}$ 及び $b_I=20.0\text{mm}$ の WRJ-6 (旧 JIS 規格) と $a_{II}=35.0\text{mm}$ 及び $b_{II}=16.0\text{mm}$ の WRJ-7 (旧 JIS 規格) を用いた。WRJ-6 及び WRJ-7 における基本 TE モードの動作周波数帯域は、それぞれ $4.64\sim 7.05\text{GHz}$ 及び $5.38\sim 8.17\text{GHz}$ であるので、両者が重複する $6.0\sim 7.0\text{GHz}$ 帯において異方性材料定数の推定を試みた。

ここで、電磁界シミュレータで Port 1 を励振面、Port 2 を観測面として S パラメータを計算すると、シミュレーションで得られる S パラメータの基準面は Port 1 及び 2 となっている。そこで、材料定数計算時には、基準面が被測定 Sample の表裏面 (Figure 3 中に記載の Port 1a 及び 2a) となる様に位相補正を行う⁹⁾。

Table 1 Setup values of each tensor material parameters' components.

	$\epsilon_r/\epsilon_0 = \epsilon_z/\epsilon_0 = \epsilon_r$		μ_r/μ_0		μ_z/μ_0	
	Real	Imag.	Real	Imag.	Real	Imag.
Sample A	2.00	0.04	1.00	0.02	2.00	0.04
Sample B	2.00	0.04	2.00	0.04	1.00	0.02
Sample C	2.00	0.04	1.00	0.02	6.00	0.12

Table 2 Estimated results for material parameters' components.

	$\epsilon_r/\epsilon_0 = \epsilon_z/\epsilon_0$		μ_r/μ_0		μ_z/μ_0	
	Real	Imag.	Real	Imag.	Real	Imag.
Sample A	2.0002 (+0.01%)	0.0399 (-0.25%)	1.0000 (0.00%)	0.0200 (0.00%)	1.9971 (-0.14%)	0.0407 (+1.75%)
Sample B	2.0001 (+0.01%)	0.0400 (0.00%)	1.9996 (-0.02%)	0.0400 (0.00%)	1.0001 (+0.01%)	0.0200 (0.00%)
Sample C	1.9999 (0.00%)	0.0400 (0.00%)	1.0000 (0.00%)	0.0200 (0.00%)	6.0072 (+0.12%)	0.1238 (+3.17%)

※ Values in the brackets are the relative estimation error against the setup values.

以上の設定のもとで解析を行い、6.0~7.0GHz帯域の中心周波数である6.5GHzにおけるSample A, B及びCの材料定数の推定を行った。その結果をTable 2に示す。

Table 1及びTable 2を比較すると、それぞれのSampleにおいて透磁率テンソルの横方向成分 μ_x/μ_0 は精度良く求められている。しかし、その他の成分の虚部に関しては、特に推定誤差が顕著に表れている。ここで、 μ_z/μ_0 および $\varepsilon_r/\varepsilon_0$ を求める際に用いる式(17)及び(18)を見ると、式中に μ_x が含まれている。推定結果で μ_x/μ_0 が精度良く求められている事を考慮すれば、この推定誤差は2種類の導波管を用いて測定した式(14)の γ_1 及び γ_2 の精度によるものではないかと推察される。

次に、各Sampleについての推定結果を詳細に比較する。まず、Sample Aは、透磁率テンソルのz成分 μ_z/μ_0 を、Sample Bは透磁率テンソルの横方向成分 μ_x/μ_0 を大きく設定している。Sample A及びBの推定結果を比較すると、透磁率テンソルのz成分 μ_z/μ_0 が大きき値をとる場合に推定誤差が大きくなっている事がわかる。また、Sample Cは、 μ_z/μ_0 の設定値をSample Aの3倍とした場合であるが、この場合も特に μ_z/μ_0 の虚部に非常に大きな推定誤差が確認できる。

以上の結果から、材料定数テンソルの虚部推定時に生じやすく、特に μ_z/μ_0 に顕著に表れる事がわかった。

4. まとめ

本研究では、まず一軸異方性媒質の材料定数を複数の導波管を用いた導波管充填法により測定する手法を示した。そして、本手法の測定精度について、透磁率が一軸異方性を持つ3種類の被測定Sampleについての電磁界シミュレーションにより検討した。

その結果より、本手法による測定誤差は材料定数成分の虚部に発生しやすい事を示した。また、被測定Sampleの透磁率テンソルにおける導波管伝送軸方向成分 μ_z/μ_0 に誤差が大きく出る事を示した。

今後の課題として、一軸異方性媒質のテンソル材料定数の全成分を推定する方法の確立及び測定誤差低減に向けた検討を行う必要がある。

謝辞

本研究の一部は科研費（基盤研究(C) 23560401）の助成の下に実施されたものである。

参考文献

- 1) 石原照也 監修, メタマテリアル—最新技術と応用—【総論編】, シーエムシー出版, 2007年, 第2章, pp.14-16.
- 2) 橋本修, 高周波領域における材料定数測定法, 森北出版, 2003年, 第1章.
- 3) T. Ishizaki, S. Kida, and I. Awai, “A measurement method of material parameters for uniaxially anisotropic artificial dielectrics,” *IEICE Electronics Express*, vol. 7, no.11, pp.810-816, 2010.
- 4) 宮内一洋, 赤池正巳, 石尾秀樹, マイクロ波・光工学, コロナ社, 1989年, 第3章, 第4章.
- 5) 坂田季之, 多良信太郎, 堀田昌志, 羽野光夫 “導波管充填法による異方性媒質の材料定数測定”, 第13回IEEE広島支部学生シンポジウム論文集, no.A-3, pp.5-8, 2011.
- 6) 市川古都美, 市川裕一, 高周波回路設計のためのSパラメータ詳解, CQ出版社, 2008年, 第4章, 第14章.

(平成25年01月10日受理)