

刃形堰の流量と越流水深の評価式の提案

羽田野袈裟義(理工学研究科社会建設工学専攻) 多田羅謙治((株)建設技術研究所)
永野博之(東京理科大学理工学部土木工学科) 芹川知寛(理工学研究科社会建設工学専攻)

A PROPOSAL OF THE FORMULAS OF DISCHARGE AND UPSTREAM HEAD OF FREE FALL FLOW OVER A SHARP CRESTED WEIR

Kesayoshi HADANO (Civil and Environmental Engineering, Graduate school of Science and Engineering)

Kenji TATARA (CTI Engineering Co.Ltd.)

Hiroyuki NAGANO (Department of Civil Engineering, Faculty of Science and Technology, Tokyo University of Science)

Tomohiro Serikawa (Civil and Environmental Engineering, Graduate school of Science and Engineering)

Abstract: Calculation of water level of the rivers in which weir(s) exist uses the water level just upstream of the weir as the boundary condition. In this case precision of the weir formula becomes problem frequently. In this study, free fall flow over a sharp crested weir, as the fundamentals of weir hydraulics, has been discussed on the basis of the momentum theorem. The relationship between discharge and upstream head has been given as the equally dependent relationship each other given by dimensionless parameters derived from momentum theorem. Firstly, unique relationship between the ratio of upstream head to weir height and the ratio of critical depth to weir height has been obtained using the previous experimental data. Then the relationship has been corrected considering Reynolds number effect for small scale flow. Reynolds number effect on the correction is similar to that on the drag coefficient of obstacle. The resultant formula showed better agreement than the previous standard formula in wide experimental range.

Key Words : *sharp crested weir, momentum theorem, free fall flow, discharge evaluation, Reynolds number*

1. 緒言

近年異常気象が常態化し、そして豪雨・洪水の激甚化が年々著しくなっている。しかし河川整備がなかなか進まない状況にある。また、河道による治水が以前にまして重視されるようになり、洪水時の水面形計算の高精度化への要請がますます強くなっている。また、日本には農業用水取水のための堰が設置された河川が数多く存在する。堰は河床上の突起物であって治水上のネックになるため、洪水時の堰周辺の流れを高精度で計算することは治水計画上で重要である。しかしながら、従来の堰公式を洪水時の水面形計算に適用した場合、従来公式は精度に問題があり痕跡水位を良好に再現できない現状があ

る。本研究では、堰水理の基本である刃形堰上の完全越流について流量と越流水深の評価式を求めることを目的とする。

ここで刃形堰上の完全越流の既往公式を示し、その課題を述べる。代表的な既往公式として、JIS B 8302(1954)「ポンプ揚水量測定方法」の規格とされた修正レーボック式、そしてフランスの第二近似式が挙げられる^{1),2)}。これらは、流量を Q 、越流幅を B 、堰高を h_d 、越流水深を h 、流量係数を C として次の形で与えられる。

$$Q = \frac{2C}{3} B \sqrt{2gh^3} \quad (1)$$

修正レーボック式：

$$C = 0.605 + \left(\frac{1}{1000h} + \frac{0.08h}{h_d} \right) (1 + \varepsilon) \quad (2)$$

ここで、 ε は補正係数で、 $h_d \leq 1 \text{ m}$ のとき $\varepsilon = 0$ 、 $h_d > 1 \text{ m}$ のとき $\varepsilon = 0.55(h_d - 1)$ である。(1/1000h) の項は越流水深が小さい範囲に対する補正項である。この式の適用範囲は $B \geq 0.5 \text{ m}$ 、 $0.3 \text{ m} \leq h_d \leq 2.5 \text{ m}$ 、 $0.03 \text{ m} \leq h \leq 0.8 \text{ m}$ とされている。レーボック式は上式において $\varepsilon = 0$ としたものである。

フランシスの第二近似式：

$$C = 0.623 + \left[1 + 0.26 \left\{ \frac{h}{h + h_d} \right\}^2 \right] \quad (3)$$

修正レーボック式は、フランシスの第二近似式に比べて適合度が良く、現時点で適合度が最も優れた流量公式といえる。しかしながら、実験データ³⁾による検証⁴⁾によると、 $C \sim h/h_d$ の関係は (1/1000h) が問題とならない範囲でも実験データが堰高により系統的にずれて分布し、特に堰高が 1 m を越える堰では誤差が越流水深の増加と共に加速度的に増大する。このため、公式の適用範囲を超える実河川での洪水時の流れに適用することはできない。また、原式であるレーボック式中の (1/1000h) の項に加え、修正項の中に次元をもつ越流水深 h が無次元量と同格で含まれるという問題がある。

著者らは修正レーボック式などトリチェリの定理に基づく従来の堰公式の課題に着目し、運動量の定理に基づく検討を行った^{5,6)}。その結果、堰の基本形である刃形堰の場合、完全越流では越流水深/堰高比 h/h_d と限界水深/堰高比 h_c/h_d の間に基本的に一義的な関係があること、越流水深や限界水深(単位幅流量)が小さい範囲ではレイノルズ数の影響が出ることを示した。 h/h_d と h_c/h_d の間の関係は、越流水深が 0.008 m 以上、堰高 0.15 m 以上では、越流水深と堰高によらず普遍的な関係となっており、実験の範囲を超えた適用の可能性が示唆される。また、潜り越流では堰頂基準の堰上・下流水位をそれぞれ h_1 および h_2 とし、これらのそれぞれ同一の流量における完全越流の越流水深との比 h_1/h および限界水深との比 h_2/h_c の間にほぼ一義的な関係があることを示した。この取扱いは、刃形堰の完全越流の水利と潜り越流の水利の接続を可能にしている。

しかしながら完全越流の流量や越流水深の評価式は注意を要する指数関数でまとめられ、また h/h_d と h_c/h_d の値の範囲により場合分けして式を与えるなど未整理で実用的でなかった。また、運動量の定理

の適用において、完全越流を潜り越流の特別な場合として取り扱っており、これが不自然さを感じさせる可能性がある。

本研究は、刃形堰の完全越流に対して、運動量の定理を改めて堰上流と堰頂直下流の縮流断面に適用することにより、無次元パラメータの組として前報と同じ越流水深/堰高比 h/h_d と限界水深/堰高比 h_c/h_d を導出している。そして既往の実験値から $h_c/h_d \sim h/h_d$ の関係が真数グラフ上でほぼ 2 次曲線形になることを見出し、 h_c/h_d と h/h_d との相互依存関係に 2 次関数を与えている。そしてこれから第一近似の流量評価式(越流水深の関数)および越流水深の評価式(限界水深の関数)を求め、次いで越流水深や限界水深(流量)が小さい範囲に対してレイノルズ数により補正を施した第二近似式を提示している。

2. 運動量の定理によるパラメータの抽出

Figure 1 の設定を考え、堰高を h_d 、水の密度を ρ 、重力加速度を g 、越流水深を h 、単位幅流量を q (限界水深を h_c)とする。堰頂直下流の流水断面②で流れが水平と仮定し、堰上流水位の測定断面①と堰頂直下流の断面②で囲まれた領域をコントロールボリュームとし、この領域に運動量の定理を適用する。コントロールボリューム内の水に作用する水平力は、堰上流水位の測定断面での静水圧の合力、および堰が流れを止める力を考える。堰が流れを止める力を単位越流幅で評価した F_D を用いると、運動量の定理は次のように書かれる。

$$\rho \left(\frac{q^2}{h_c} - \frac{q^2}{h_d + h} \right) = \frac{1}{2} \rho g (h_d + h)^2 - F_D \quad (4)$$

流体力係数 K_D を導入して $F_D = K_D \cdot 1/2 \cdot \rho g h_d^2$ と置くと、上式は次のように表わされる。

$$\rho \left(\frac{q^2}{h_c} - \frac{q^2}{h_d + h} \right) = \frac{1}{2} \rho g (h_d + h)^2 - K_D \frac{1}{2} \rho g h_d^2 \quad (4')$$

これより次式を得る。

$$K_D = -\frac{2h_c^2}{h_d^2} + \frac{2h_c^3}{h_d^3} \frac{1}{(1 + h/h_d)} + (1 + h/h_d) \quad (5)$$

式(5)より K_D は無次元量 h/h_d と h_c/h_d にのみ依存することがわかる。これらの無次元量は完全越流に関して前報^{5),6),7),8)} で得られたものと同じである。従来の方法と本研究の方法の本質的な相違は、従来の方法が障害物を過ぎる流れのエネルギー損失を無視して得られた関係式に実験値を fitting しているのに対し、本研究の方法は流水抵抗という形でエネルギー

一損失を初めから考慮している点にある。

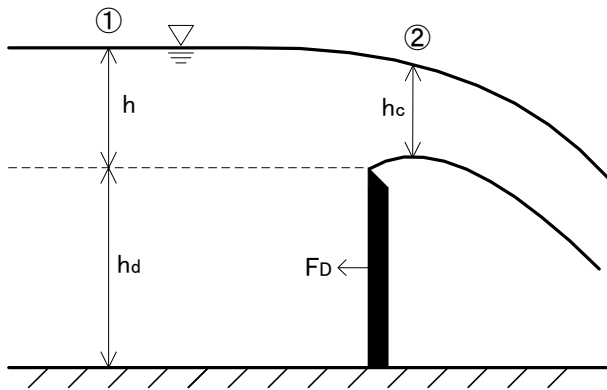


Figure 1 Schematic view of the flow

3. 実験データによる流量と越流水深の評価式の導出

Table 1 Experimental condition

| No | h_d (m) | B (m) | h (m) | q (m^2/s) |
|----|-----------|---------|-------------|-----------------|
| 12 | 2.286 | 1.286 | 0.009~0.838 | 0.0016~1.5082 |
| 13 | 0.152 | 1.286 | 0.009~0.610 | 0.0017~1.3410 |
| 14 | 0.305 | 1.286 | 0.009~0.721 | 0.0017~1.4763 |
| 15 | 0.457 | 1.286 | 0.006~0.735 | 0.0007~1.4003 |
| 16 | 0.610 | 1.286 | 0.007~0.754 | 0.0010~1.3935 |
| 17 | 0.914 | 1.286 | 0.007~0.814 | 0.0011~1.4950 |
| 18 | 1.219 | 1.286 | 0.005~0.823 | 0.0005~1.4902 |
| 19 | 1.676 | 1.286 | 0.004~0.809 | 0.0003~1.4348 |
| 20 | 2.286 | 1.286 | 0.006~0.684 | 0.0008~1.1068 |
| 21 | 2.286 | 1.286 | 0.005~0.770 | 0.0004~1.3133 |
| 22 | 0.229 | 1.286 | 0.004~0.710 | 0.0001~1.4922 |
| 23 | 1.676 | 1.286 | 0.016~0.826 | 0.0037~1.5066 |
| 24 | 0.762 | 1.286 | 0.307~0.622 | 0.3156~0.9896 |
| 25 | 1.679 | 1.286 | 0.029~0.776 | 0.0098~1.3331 |
| 26 | 1.673 | 1.286 | 0.034~0.808 | 0.0118~1.4309 |
| 27 | 1.673 | 1.286 | 0.035~0.635 | 0.0126~0.9606 |
| 28 | 0.366 | 0.616 | 0.029~0.324 | 0.0094~0.3688 |
| 29 | 0.762 | 0.616 | 0.015~0.409 | 0.0039~0.5121 |
| 30 | 0.697 | 0.616 | 0.013~0.404 | 0.0033~0.5091 |
| 31 | 0.630 | 0.616 | 0.016~0.405 | 0.0046~0.5088 |
| 32 | 0.531 | 0.616 | 0.015~0.403 | 0.0037~0.5086 |
| 33 | 0.429 | 0.616 | 0.015~0.398 | 0.0039~0.5139 |
| 34 | 0.297 | 0.616 | 0.012~0.392 | 0.0031~0.5148 |
| 35 | 0.230 | 0.616 | 0.015~0.381 | 0.0039~0.5141 |
| 37 | 0.060 | 0.616 | 0.013~0.359 | 0.0033~0.4988 |
| 38 | 0.124 | 0.616 | 0.016~0.384 | 0.0041~0.5115 |
| 39 | 0.220 | 0.616 | 0.014~0.394 | 0.0036~0.5130 |
| 40 | 0.306 | 0.616 | 0.014~0.401 | 0.0033~0.5145 |
| 41 | 0.429 | 0.616 | 0.016~0.398 | 0.0040~0.5085 |
| 42 | 0.551 | 0.616 | 0.006~0.414 | 0.0008~0.5184 |

提案式の検討は、前報⁶⁾と同様、Schoder & Turnerの論文³⁾に示されたTable 1の実験データを用いて行なう。表中の“*No.*”はSchoder & Turnerの論文中のTable番号に対応し、No.12~24はSchoder & Turner, No.25~27はDawson, No.28はMartin, No.29~41はMeyer & See, そしてNo.42はJonesの実験である。越流水深の測定位置はSchoder & Turnerの実験で堰上流3.5m(越流水深の最大値の約4倍)である。

3.1 第一近似式

定式化のための実験データによる検討は、前報と同様、Schoder & Turnerの論文中のTable No.12-24の実験データを用いて行った。彼らの実験範囲は、Table 1に示すように、堰高 $h_d=0.06\sim 2.286$ m, 越流水深 $h=0.004\sim 0.838$ m, 単位幅流量 $q=0.0003\sim 1.5244$ m²/sの範囲で行われている。

Figure 2は前記の実験データのうち越流水深 $h\geq 0.008$ mの全データを用いて求めた h/h_d と h_c/h_d の関係を示す。前報⁵⁾の図-2と同様、 h/h_d と h_c/h_d の間に一義的な関係が認められる。これは普遍的な関係といえる。この関係を、原点を通る2次曲線で最小自乗近似して求めると次のようになる。

$$\frac{h_c}{h_d} \doteq \alpha \left(\frac{h}{h_d} \right)^2 + \beta \left(\frac{h}{h_d} \right) \quad (6)$$

ここで、 $\alpha=0.0552$, $\beta=0.6981$ である。

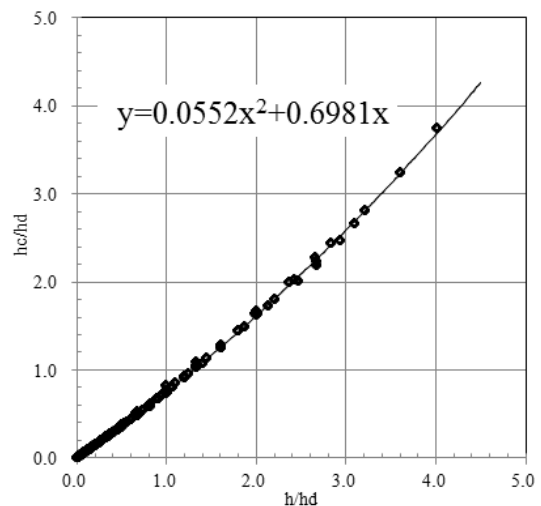


Figure 2 Relation between h_c/h_d and h/h_d

したがって限界水深と単位幅流量は次のように与えられる。

$$h_c \equiv \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = \left\{ \alpha \left(\frac{h}{h_d}\right)^2 + \beta \left(\frac{h}{h_d}\right) \right\} h_d \quad (7)$$

$$q = \left[\left\{ \alpha \left(\frac{h}{h_d}\right)^2 + \beta \left(\frac{h}{h_d}\right) \right\} h_d \right]^{3/2} g^{1/2}$$

$$= \{ \alpha h / h_d + \beta \}^{3/2} \sqrt{g h h} \equiv C_D \sqrt{g h h} \quad (8)$$

すなわち、 $q = C_D \sqrt{g h h}$ とおく時、流量係数は次式で表わされる。

$$C_D = \{ \alpha h / h_d + \beta \}^{3/2} \quad (9)$$

修正レーボックの式では流量係数が h/h_d の 1 次式であるが、上式は h/h_d を含む項の 3/2 乗で流量係数を与えている。次に Figure 3(a), (b) は Schoder & Turner の論文の全実験について $C_D = q/(gh^3)^{1/2} \sim \{ \alpha h/h_d + \beta \}^{3/2}$ の関係、そして Figure 4 は C の実験値 $q/(2(2gh^3)^{1/2}/3)$ と修正レーボック式(式(2)右辺)による計算値の関係を示す。両図において (a) は全データを、そして (b) はデータが密集している部分をクローズアップしたものである。図には縦軸値=横軸値となる直線を引いている。Figure 3(a) では h が極めて小さく横軸が $\beta^{3/2} \approx 0.58$ で C_D の値が大きくばらつくが、横軸の値がこれよりある程度大きく 0.6 以上の範囲では堰高 $h_d = 0.060\text{m}$, 0.124m の場合を除き縦軸と横軸の値が同程度となっている。以下では $h_d > 0.15\text{m}$ のデータについて述べる。Figure 3(c) は縦軸の値を後述(式(14))の K_1 を用いて C_D/K_1 として示した図である。この図では Figure 3(a) に比べて横軸の値が 0.6 以下のデータのバラツキが抑えられているが、図中の直線より下の部分のデータのバラツキは依然として残っている。これは越流水深が 0.008m 以下で粘性の影響⁶⁾が著しい部分である。また、Figure 3(a) と (b) で横軸が 0.6 より大きい範囲で直線から離れたデータは、 h が 0.6m 程度で実験データがばらつく(後述)ことに対応する。このことは Figure 3 で $N = (\alpha h/h_d + \beta)^{3/2}$ として $h = (N^{2/3}/\alpha - \beta/\alpha)h_d$ を見積もれば容易に確認される。それ以外の横軸が 0.6 より大きい範囲のデータは直線の近くに分布している。一方、Figure 4 では C の実験値と式(2)の右辺の値に大きな違いが出ている。両図の比較から本提案の式(8)と(9)は修正レーボック式より優れるといえる。また、Figure 3 の関係は中川ら^{4), 10)}が Schoder & Turner の論文のデータを用いて示した C と h/h_d の間の関係式よりかなりよくまとまっており普遍性が期待される。第 1 章において、Schoder & Turner のデータでは $C \sim h/h_d$ の

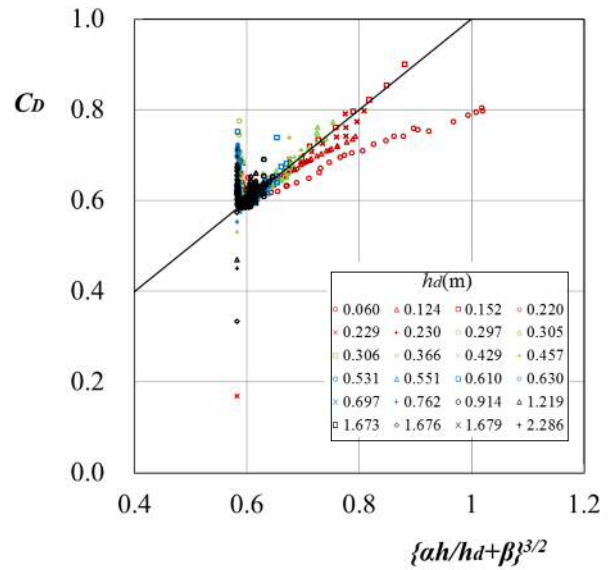


Figure 3(a) Relation of $C_D \sim ah/h_d + \beta$ (whole data)

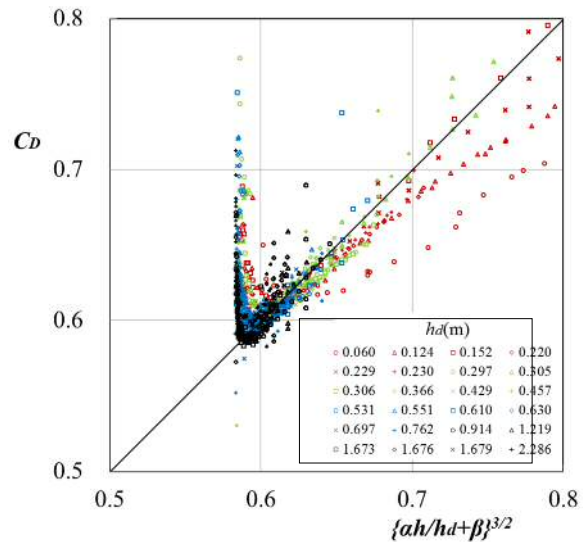


Figure 3(b) Relation of $C_D \sim ah/h_d + \beta$ (close up)

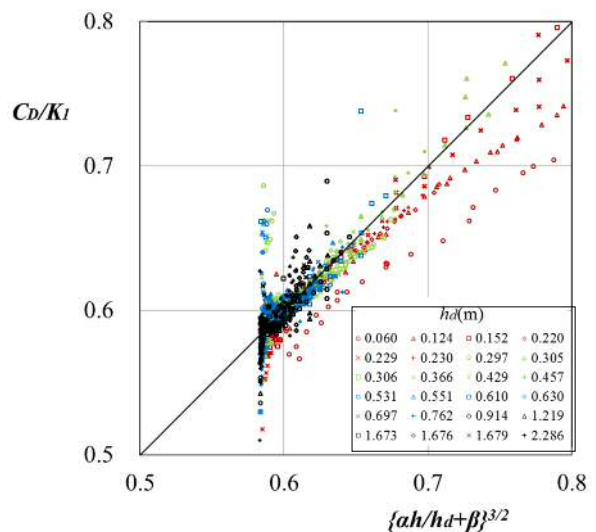


Figure 3(c) Relation of $C_D / K_1 \sim ah/h_d + \beta$

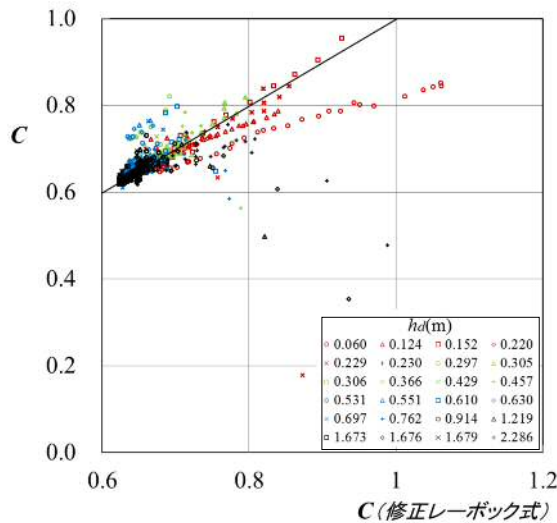


Figure 4(a) Result of the test of refined Rehbock formula(whole data)

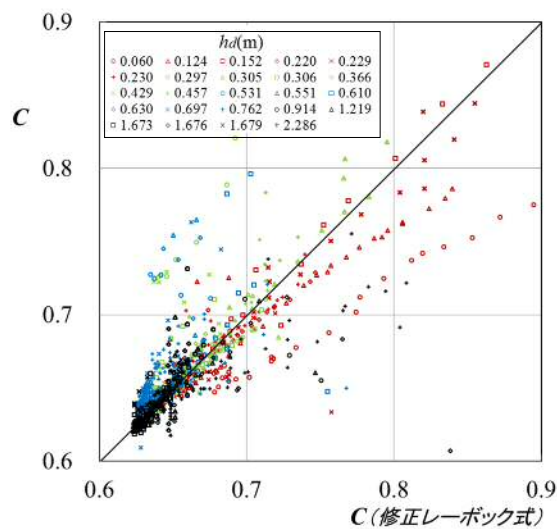


Figure 4(b) Result of the test of refined Rehbock formula(close up)

関係が堰高により系統的に異なる傾向を示すことを述べたが、これは修正レーボック式では C を h/h_d の 1 次式で表現したことが原因していると考えてよい。なお、式(9)では流量係数が h/h_d の無理関数で表現されるが、このことは関数電卓が普及している現在では全く問題にならない。

以上、越流水深から流量を求める計算式について述べた。次に流量が与えられて越流水深を求める計算式を示す。式(6)を h/h_d に関する 2 次方程式として解き、 h/h_d が正であることを考慮すると、

$$\frac{h}{h_d} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c / h_d}}{2\alpha} \quad (10)$$

これより次式を得る。

$$h = \left[\frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c / h_d}}{2\alpha} \right] h_d \quad (11)$$

これが流量から越流水深を求める式である。

上で得られた流量と越流水深の評価式すなわち式(8)と(11)の適合性を調べた。具体的には、流量と越流水深の実験値と計算値の比としてそれぞれ次式で定義される K_1 と K_2 の値を調べた。

$$K_1 = \frac{q}{(\alpha h / h_d + \beta)^{3/2} \sqrt{gh^3}} \quad (12)$$

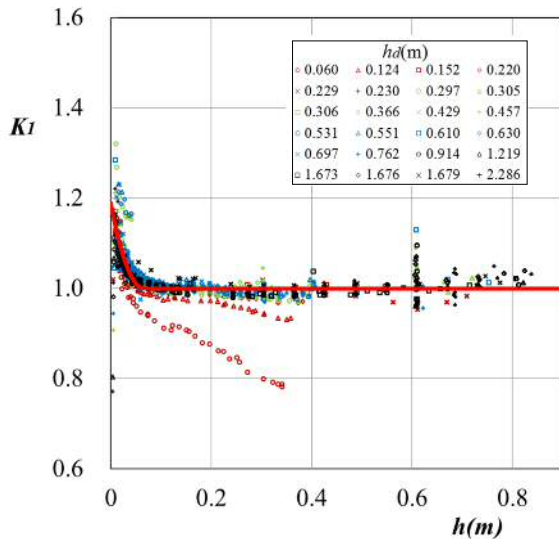
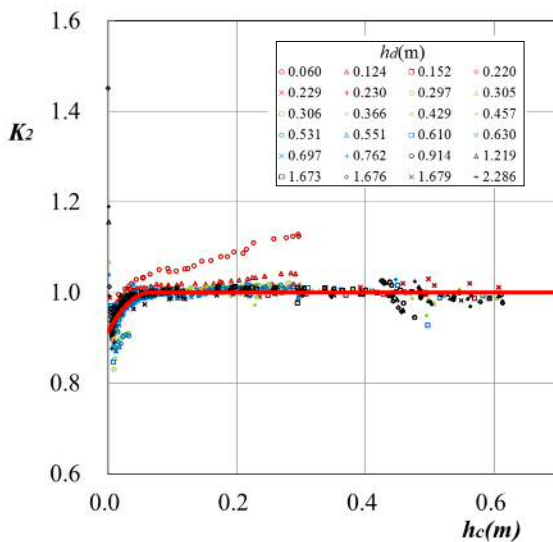
$$K_2 = \frac{h}{\left[\frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c / h_d}}{2\alpha} \right] h_d} \quad (13)$$

Figure 5 と Figure 6 はそれぞれ Schder & Turner のデータについて K_1 と K_2 の値を示す。なお K_1 と K_2 の値は Figure 7 と 8 に示す範囲で分布するが Figure 5 と Figure 6 は図示の都合上 0.6~1.6 の範囲の値だけを示している。Figure 5 と Figure 6 から、堰高 0.15m 程度以下の堰を除けば、 K_1 と K_2 の値は、越流水深 h や限界水深 h_c が一定以上(越流水深にして 0.06m 程度以上、限界水深にして約 0.07m 以上)の範囲においてほぼ 1 の値を保ち、 h や h_c がこれらの値より小さい範囲で 1 からはずれることがわかる。以下では、堰高 0.15m 程度以上の堰を検討対象とする。図中の曲線は、 $h(m)$ と $h_c(m)$ を用いて上記の性質を回帰式近似したもので次の式で与えられる。

$$K_1 = \begin{cases} 43.9h^2 - 5.76h + 1.19 & ; h \leq 0.07m \\ 1.0 & ; h \geq 0.07m \end{cases} \quad (14)$$

$$K_2 = \begin{cases} -20.6h_c^2 + 2.68h_c + 0.913 & ; h_c \leq 0.06m \\ 1.0 & ; h_c \geq 0.06m \end{cases} \quad (15)$$

図において越流水深 0.6m 程度で K_1 の値がばらつくことが注目される。もっとも河川工学で重要となる多くの流れでは式(8)、(9)および(11)で十分と見られる。

Figure 5 Relation between K_1 and h Figure 6 Relation between K_2 and h_c

3.2 第二近似式

Figure 3 で見たように、式(8)と(9)による流量評価と(11)による越流水深の評価は越流水深 h あるいは限界水深 h_c が一定以下の範囲では無視できない誤差を生じる。すなわち K_1 と K_2 の値が 1 から外れる。それに対する補正を行なったものが第二近似式である。すなわち、

$$q = K_1 (\alpha h / h_d + \beta)^{3/2} \sqrt{gh^3} \quad (16)$$

$$h = K_2 \left[\frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha h_c / h_d}}{2\alpha} \right] h_d \quad (17)$$

ここで、 K_1 および K_2 はそれぞれ式(14)及び(15)で与えられるものである。

3.3 レイノルズ数による整理

実用上は式(16)と(17)で問題はないと思われるが、無次元の係数 K_1 および K_2 の式(14)および(15)の中に次元量 h と h_c が無次元量と同格の形で入っており、次元を整合させることが必要である。流れの規模が小さいことの影響はレイノルズ数との関係で検討するのが自然である。ここで h と h_c にもとづくレイノルズ数を次式で定義する。

$$Re_1 = \frac{h(2gh)^{1/2}}{\nu} \quad (18a)$$

$$Re_2 = \frac{g^{1/2} h_c^{3/2}}{\nu} \quad (18b)$$

Figure 7 および Figure 8 はそれぞれ K_1 および K_2 をレイノルズ数 Re_1 および Re_2 に対して示したものである。これらの図によると、 K_1 と K_2 はともに 0.15m 以上の堰高では全ての堰高に対してほぼ同じように推移する。そしてこれらはレイノルズ数が 10^4 より大きい領域で 1 程度の値をとるが、レイノルズ数が $10^3 \sim 10^4$ の範囲で K_1 は 1 より少し大きく K_2 は逆に 1 より少し小さい。そしてレイノルズ数 10^3 以下では逆にレイノルズ数の減少と共に K_1 は 1 以下に減少し K_2 は 1 以上に増加する。 K_2 は流れにくさを表現するから $K_2 \sim Re_2$ の関係は抗力係数とレイノルズ数の関係すなわち $C_d \sim Re_e$ の関係と相通じる。種々の形状の物体の $C_d \sim Re_e$ の関係は例えば伊藤⁹⁾により与えられている。その文献中の図-12.4 に円柱について $C_d \sim Re_e$ の関係が与えられているが、 $K_2 \sim Re_2$ の関係(Figure 8)がその図と極めてよく似た形であることは注目される。具体的には、レイノルズ数 10^3 以下ではレイノルズ数の減少と共に係数 K_2 と抗力係数 C_d が増加すること、 $10^3 \sim 10^4$ というほぼ同じレイノルズ数の範囲で K_2 と C_d がともにわずかに極小となることなどである。円柱の周りの流れと本研究の対象の堰を越える流れではレイノルズ数の取り方が異なるが、上記の事情から、 K_1 と K_2 の振る舞いをレイノルズ数との関連で検討することは妥当といえる。

4. 提案式の適合性の検討

前章で求めた流量と越流水深の評価式の適合性を Table 1 中の実験の全データを用いて調べた。その結果を Figure 9 よび Figure 10 に示す。図の縦軸は(実験値)/(計算値)を示す。図より、第二近似値は第一近似値に比べて h ないし h_c が小さい範囲の誤差をほぼ半減させることがわかる。また、第二近似

値は既往の標準公式である修正レーボック式による評価法に比べてより良好な適合性を示すこと、および 0.6m 程度の越流水深(限界水深にして 0.5m 程度)において流量と越流水深の関係にデータのばらつきが出るのがわかる。これはレイノルズ数にして $Re_1 \approx 2 \times 10^6$, $Re_2 \approx 1 \times 10^6$ である。この流量規模におけるデータのバラツキはこれまで報告されていないようである。なお、 $R_{q13} \sim h$ の関係と中川らが示した $C_d \sim h/P$ の関係^{4),10)} (本研究の記号では $C \sim h/h_d$ の関係)が特に横軸の値が小さい部分で異なる印象を与えるが、これは横軸を h にすることと h/h_d にすることの違いによる。

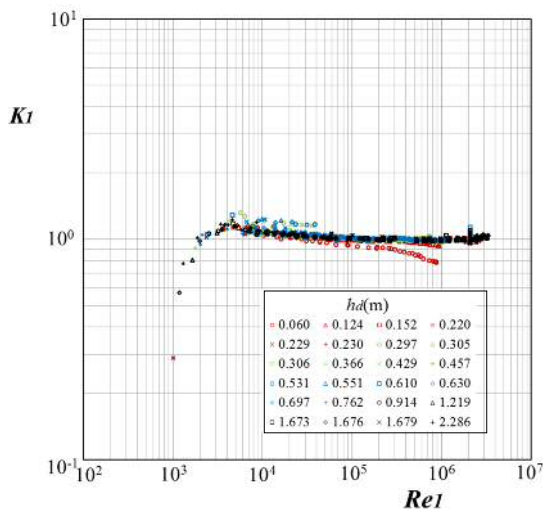


Figure 7 Relation of $K_1 \sim Re_1$

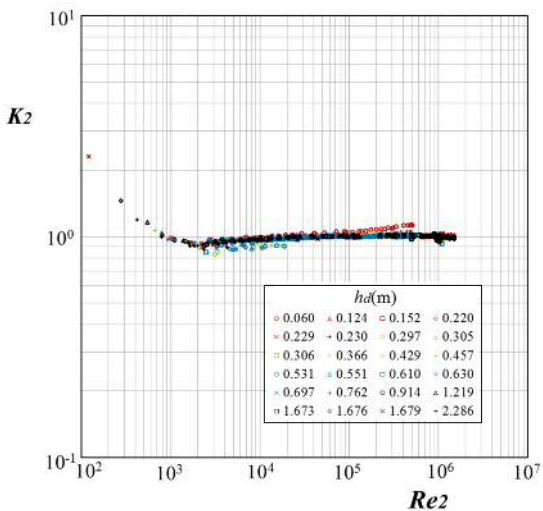
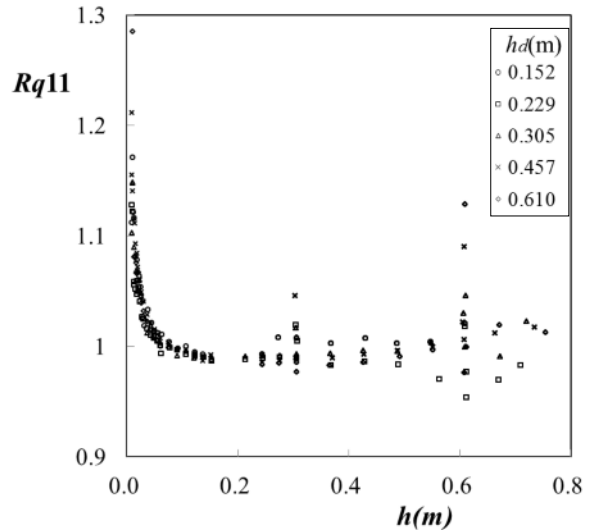
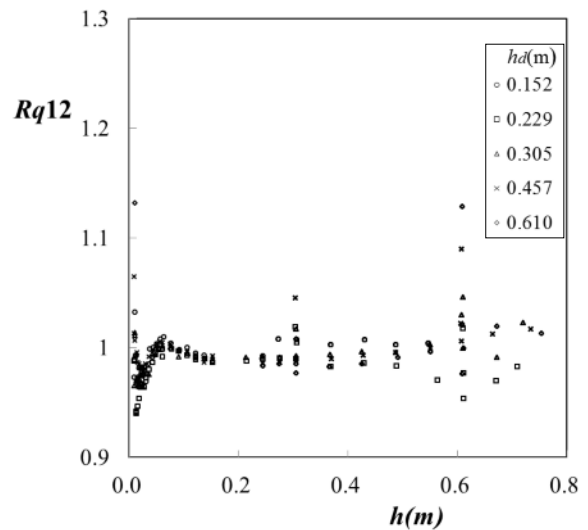


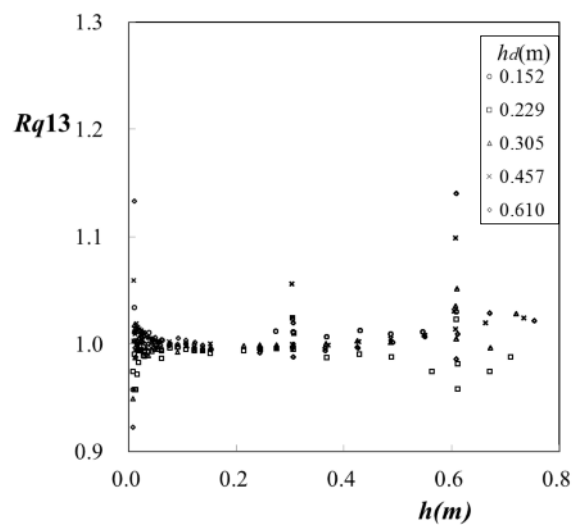
Figure 8 Relation of $K_2 \sim Re_2$



(a1) First approximation (S-T $h_d=0.152 \sim 0.610$ m)

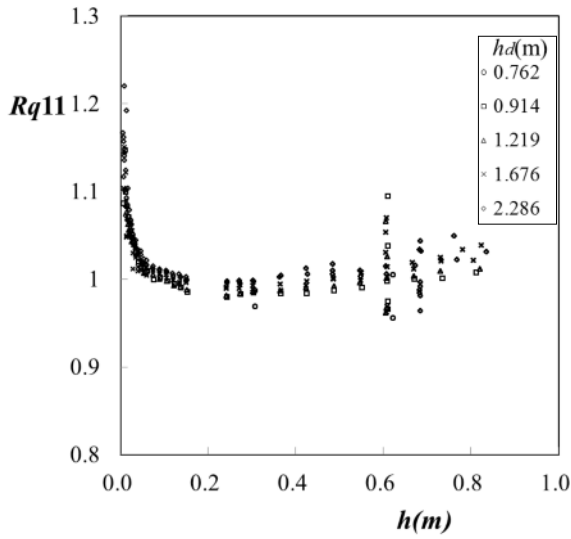


(a2) Second approximation (S-T $h_d=0.152 \sim 0.610$ m)

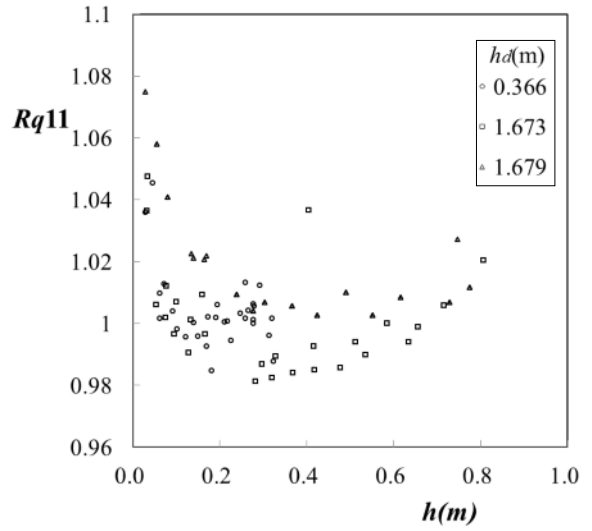


(a3) Refined Rehbock (S-T $h_d=0.152 \sim 0.610$ m)

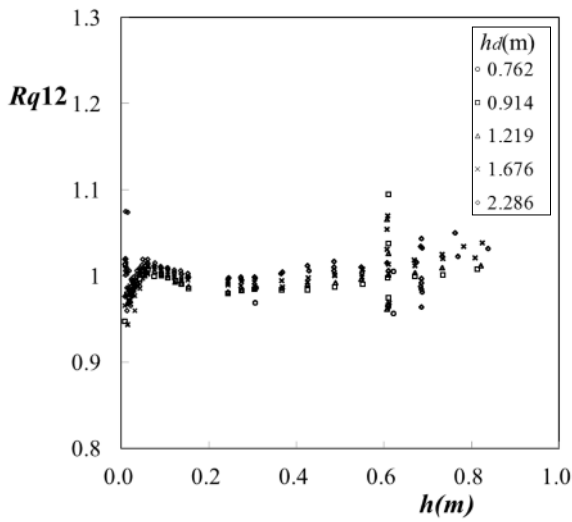
Figure 9 Result of calculation of the discharge per unit width



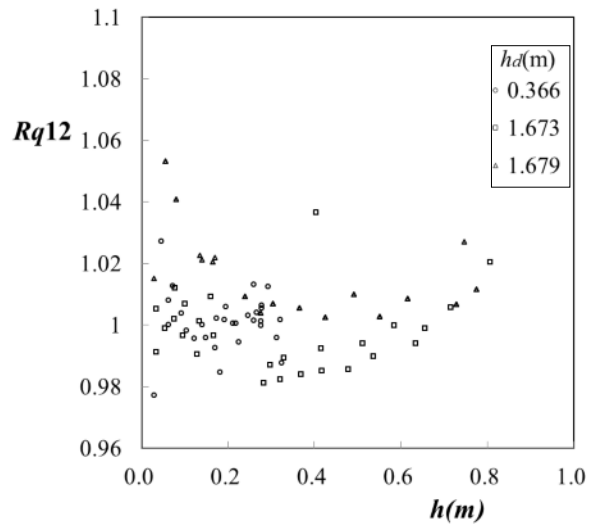
(b1) First approximation (S-T $h_d=0.762\sim 2.286m$)



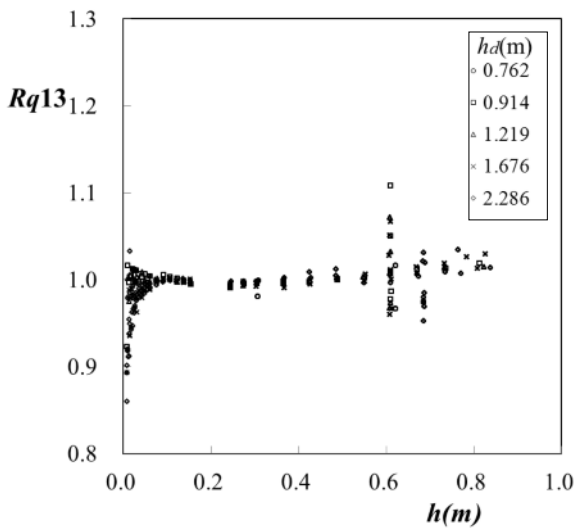
(c1) First approximation (M-S $h_d=0.366\sim 1.67m$)



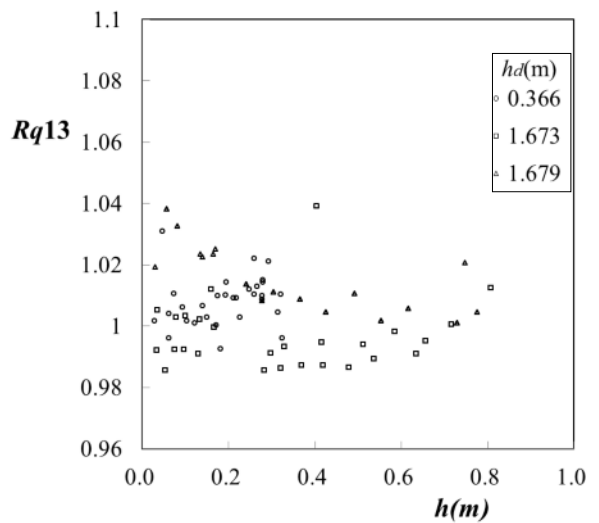
(b2) Second approximation (S-T $h_d=0.762\sim 2.286m$)



(c2) Second approximation (M-S $h_d=0.366\sim 1.67m$)



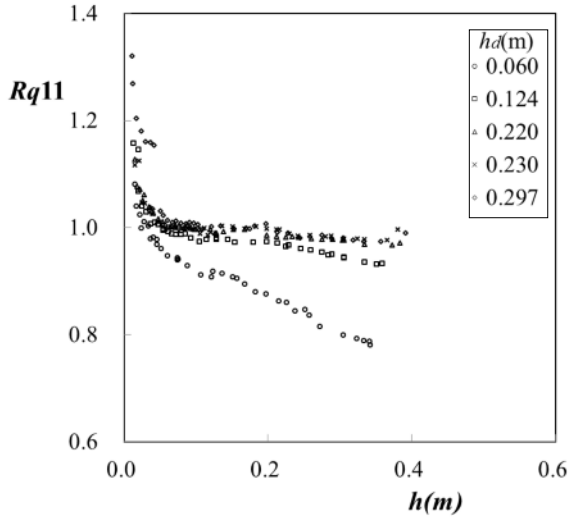
(b3) Refined Rehbock (S-T $h_d=0.762\sim 2.286m$)



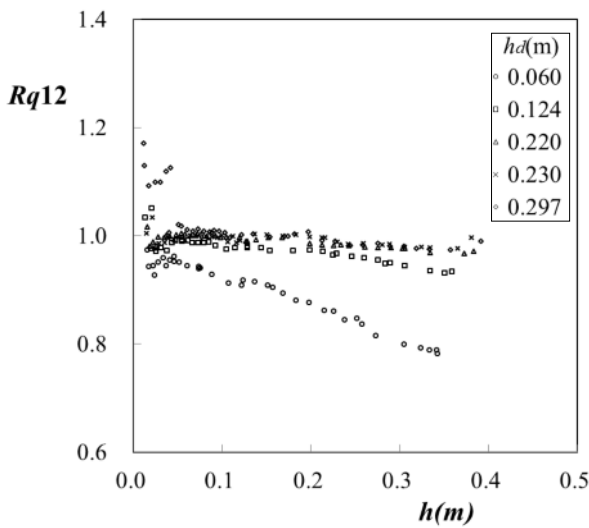
(c3) Refined Rehbock (M-S $h_d=0.366\sim 1.67m$)

Figure 9 (Continued)

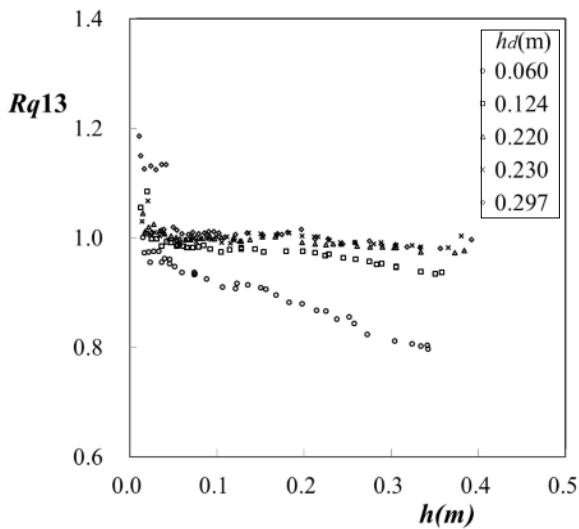
Figure 9 (continued)



(d1) First approximation (M-S $h_d=0.060\sim 0.297m$)

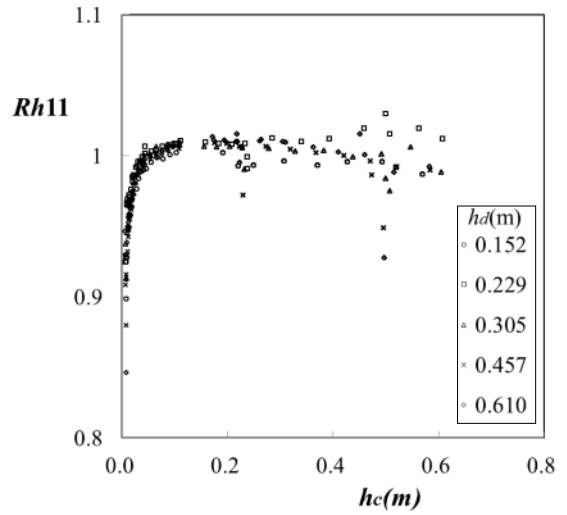


(d2) Second approximation (M-S $h_d=0.060\sim 0.297m$)

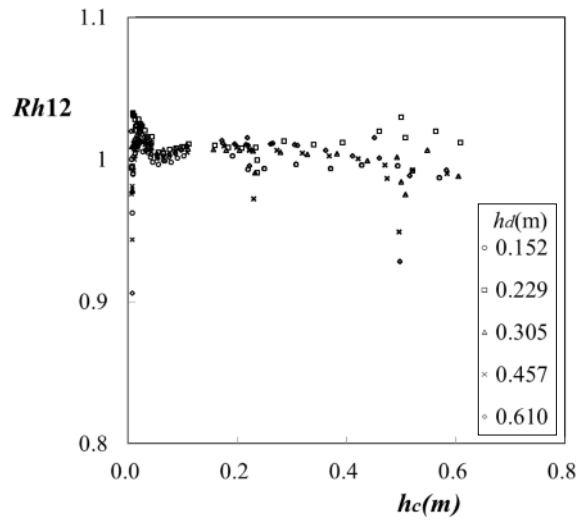


(d3) Refined Rehbock (M-S $h_d=0.060\sim 0.297m$)

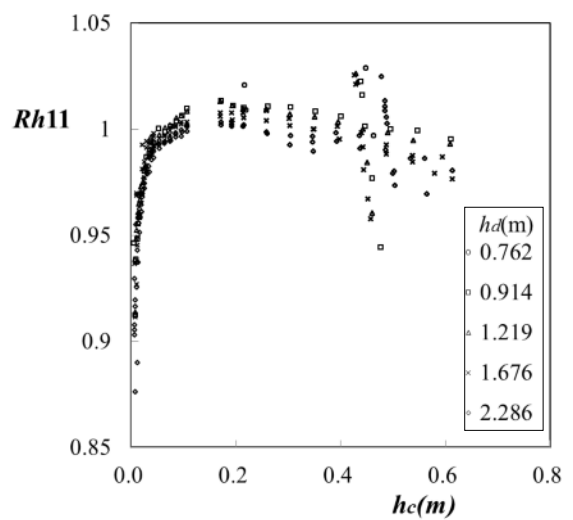
Figure 9 (continued)



(a1) First approximation (S-T $h_d=0.152\sim 0.610m$)

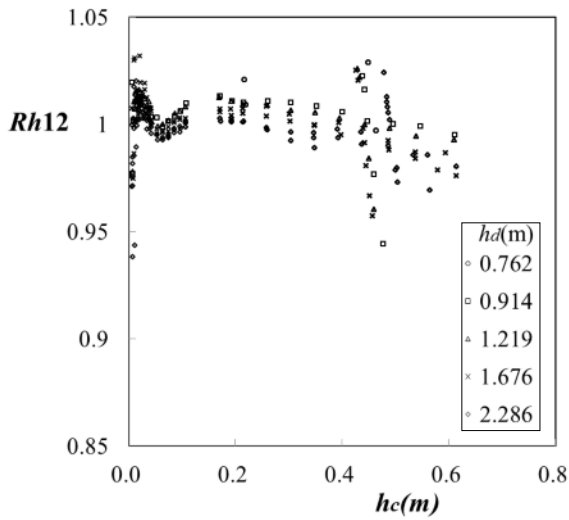


(a2) Second approximation (S-T $h_d=0.152\sim 0.610m$)

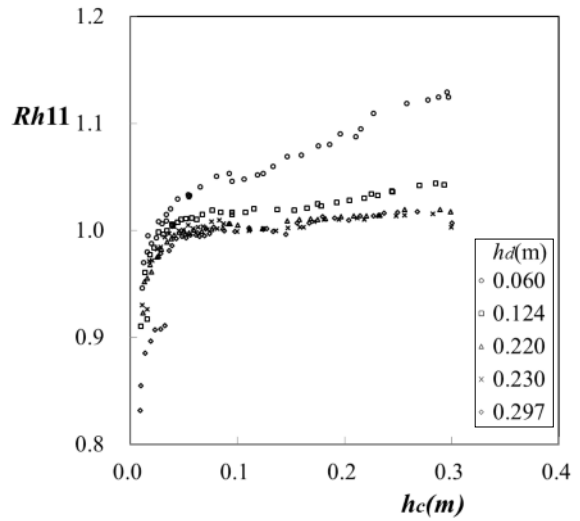


(b1) First approximation (S-T $h_d=0.762\sim 2.286m$)

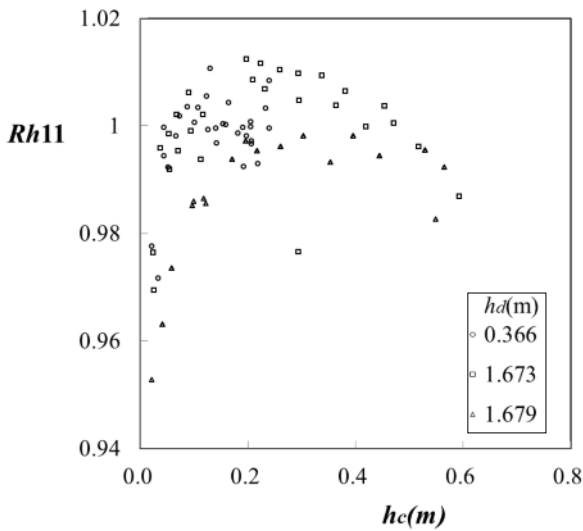
Figure 10 Result of calculation of the upstream head



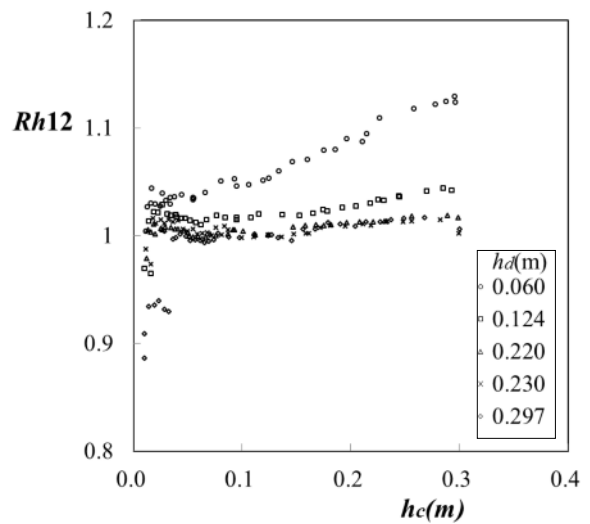
(b2) Second approximation (S-T $h_d=0.762\sim 2.286\text{m}$)



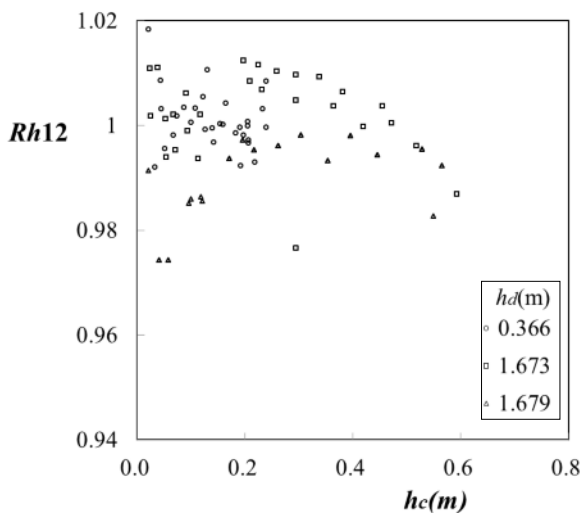
(d1) First approximation (M-S $h_d=0.060\sim 0.297\text{m}$)



(c1) First approximation (M-S $h_d=0.366\sim 1.679\text{m}$)



(d2) Second approximation (M-S $h_d=0.060\sim 0.297\text{m}$)



(c2) Second approximation (M-S $h_d=0.366\sim 1.679\text{m}$)

Figure 10 (continued)

Figure 10 (continued)

5. 結語

以上、本研究では刃形堰をすぎる完全越流の流れを運動量の定理に基づいて取り扱い、流量と越流水深の評価式を求めた。本研究で得られた主要な成果は次の通りである。

- (1) 運動量の定理から式(5)を導出し、これより流量と越流水深の関係を与えるパラメータとして越流水深/堰高比と限界水深/堰高比を推論した。
- (2) 既往の実験データの解析から普遍的な Figure 2 の関係を求めてこれを式(6)として定式化すると共に、その結果をもとに流量と越流水深の第一近似式としてそれぞれ式(8), (9)および(11), そして第二近似として式(16)と(17)を求めた。Schoder & Turner の実験範囲を考慮し、これらの式の適用範囲を堰高 0.15m~2.3m, 越流水深

0.008m~0.8mとしておく。

- (3) 第二近似の評価式は概ね 0.15m 以上の堰高に対して完全越流・刃形堰の標準公式である修正レーボック式に比べて良好な適合性を示した。特に中川らが指摘した修正レーボック式の堰高 1m 以上における系統的な誤差の問題が解消された。
- (4) 流れの阻害要因を示すと見られる係数関数 K_2 とレイノルズ数の関係が 2 次元物体である円柱の抗力係数とレイノルズ数の関係に極めて類似した変化傾向を示すことを見出し、 K_1 と K_2 の挙動をレイノルズ数への依存の観点から考察することの妥当性を推論した。
- (5) Schoder & Turner の実験データは種々の堰高に共通して 0.6m 程度の越流水深(限界水深で 0.5m 程度)において流量と越流水深の間の関係にばらつきを生じる。この水深は本研究で定義したレイノルズ数にして $Re_1 \doteq 2 \times 10^6$, $Re_2 \doteq 1 \times 10^6$ に相当する。

Figure 2, 7 および 8 から、本研究で得られた結果が概ね 0.15m 以上の堰高に対して Schoder & Turner の実験の範囲を超える堰高と越流水深に適用できることの可能性が示唆される。このように本研究により刃形堰上の完全越流の流量と越流水深の評価について一定の成果が得られたと理解される。なお、完全越流とともに潜り越流の流量と水位の関係も重要である。潜り越流は主に洪水時に重要となるが、これについては本研究と前報⁶⁾の成果を組み合わせることで対応可能である。これについては近く発表する予定である。また、実際の河川には広頂堰や Ogee 堰が多く設置されているため、これらの堰の水利特性が河川工学上はより重要である。これらの堰について本論文と同じ方針で検討を進めている。その成果が出次第公表すると共に、実河川の洪水時への適用および横越流堰への適用を試みる予定である。

謝辞： 本研究に際して、土木学会 水理委員会 基礎水理部会 研究分科会「種々の流れにおける流体力」のご支援を賜った。(株)建設技術研究所 狩野晋一氏には研究開始当初からご協力頂いた。また、データ

整理にあたり、山口大学工学部河元信幸技術員、卒論生として研究室に在籍された久保田直希、中務憲一、岩井達司の各氏の熱心なご協力を頂いた。記して謝意を表す次第である。

参考文献

- 1)土木学会：水理公式集, p.254-266, 1971.
- 2)山崎卓爾, 栗栖正登：全幅せきにおける整流障害の測定精度に及ぼす影響, 日立評論, 第 39 巻, 第 4 号, pp.9-15, 1949.
- 3)Schoder,E.W. and K.B.,Turner : Precise weir measurements, Trans. of ASCE, Vol.93, pp.999-1190, 1929.
- 4)中川博次, 中川修：鋭縁せきの越流係数に及ぼすせき高の影響, 土木学会関西支部年次学術講演会講演集, pp.79-80, 1966.
- 5)羽田野袈裟義, 多田羅謙治：運動量の定理に基づく堰実験データの再整理, 2010 年度基礎水理シンポジウム, 土木学会水工学委員会
<http://www.jsce.or.jp/committee/hydraulic/kisosuiri/h22/5.pdf>, 2010.
- 6)羽田野袈裟義, 多田羅謙治：運動量の定理の示唆に基づく刃形堰の水利検討, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.70, No.1, pp.11-21, 2014.
- 7)羽田野袈裟義・狩野晋一：無次元パラメータに着目した刃形堰の一考察, 土木学会第 51 回年次学術講演会概要集, pp.348-349, 1996.
- 8)羽田野袈裟義ら：無次元パラメータに着目した刃形堰の一考察(第 2 報), (第 3 報), 土木学会第 52 回年次学術講演会講演集, pp.230-231, 232-233, 1997.
- 9)伊藤英覚：一様な流れの中の物体の抵抗, 水工学便覧(沼地福三郎・本間仁監修), 森北出版, pp.135-141, 1964.
- 10)多田羅謙治, 羽田野袈裟義, 芹川知寛, 永野博之：運動量の定理に基づく刃形堰の完全越流の水利検討, 土木学会第 70 回年次学術講演会概要集, II-225-226, 2015.

(平成28年1月20日受理)